

聚焦几何直观，助力课堂教学

——以五年级第二学期“相遇问题”为例

在数学学习中，数形结合是重要的数学思想，也是常用的解决问题方法之一。借助几何直观可以将抽象的信息、复杂的数量关系用几何图形直观地呈现出来，使问题由抽象变具体、由复杂变简单，有利于培养学生解决问题的能力。数学课程标准明确提出：借助“几何直观”能把复杂的数学问题变得简明、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果。几何直观可以帮助学生直观地理解数学，在整个数学学习过程中都发挥着重要作用。培养几何直观能力应贯穿义务教育数学课程的始终。几何直观主要是指运用图表描述和分析问题的意识与习惯。建立形与数的联系，构建数学问题的直观模型。

本册教材在第三单元由“列方程解决问题（三）和列方程解决问题（四）”两部分内容组成。列方程解决问题（三）有和倍问题、差倍问题、和差问题、行程问题和盈亏问题。行程问题是小学数学的教学内容之一，一般以应用题的形式出现，有着丰富的变式。本课“相遇问题”，是在前一小节列方程解决问题（三）“相遇问题”的基础上进行了拓展。一方面，学生可以通过用与前一小节类似的等量关系列方程求解，发展分析问题、解决问题的能力，使学生进一步体会到用方程方法解决问题的优越性。另一方面，初步比较算术方法与方程方法，开阔学生的解题思路。基于学生已有的知识经验，引导学生利用几何直观，分析和理解题中的数量关系，找到未知量，再让学生观察线段图找到等量关系列出方程，解决问题。下面，我以小学数学五年级第二学期“相遇问题”的教学为例，谈谈如何借助几何直观，引导学生解决问题，助力课堂教学。

一、创设生活情境，搭建新旧知识桥梁。

出示情境：沪宁高速公路全长约 270 千米，一辆轿车和一辆客车分别从上海和南京两地同时出发，相向而行。轿车平均每小时行 100 千米，客车平均每小时行 80 千米，经过几小时两车在途中相遇？

教学片断：

师：你知道哪些信息？

生：我知道了两车的速度和两地相距的路程，要求相遇的时间。

师：请同桌俩人一组，用橡皮做汽车演示一下两辆汽车是怎样运动的，边演示边

想你发现了什么？

生：开始的时候是同时走的，方向是面对面的，也就是相对的，可以说相向而行。结果是相遇了。

师：两个物体同时从两地出发，相对而行，然后相遇。

师边说边板书（板书：运动时间——同时、出发地点——两地、运动方向——相对、运动结果——相遇）

结合教材上的图，同桌配合演示相遇，学生很快理解“相遇”。生活是具体的，数学是抽象的。我们把抽象的内容放在现实情境中，这样能使学生从现实生活中产生数学。上完“相遇问题（一）”一课后，在“诊断系统”上推送了5道诊断练习来检验学生达成本课学习目标的程度。通过“诊断系统”的分析，5道诊断练习的完成情况如下：

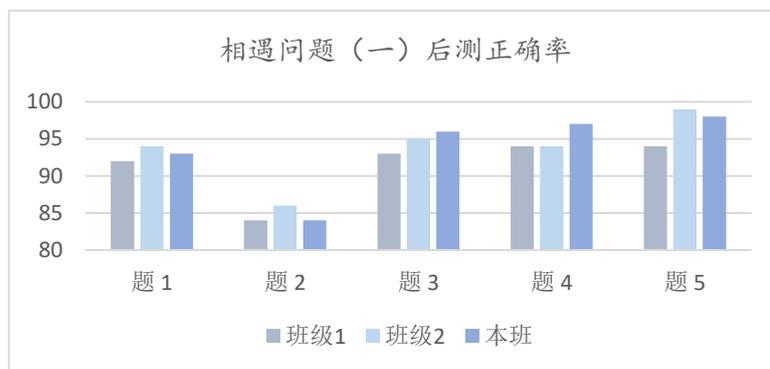


图1 断练习完成情况

从数据来看，整套试卷的平均正确率是92%，同年级三个班总体上基本持平，但是个别题目得分率并不理想。反观课堂，我们发现，虽然在课堂上让学生经历了演一演，模拟两车的相遇过程，但是在利用线段图找等量关系的环节薄弱了一点，因此学生在第二小题，没有配线段图，部分学生面对一大段文字有阅读障碍，部分学生没有看清题意。

《小学数学课程标准》中指出：“数学教育应根据以学生发展为本的要求，发挥学生在认识活动中的主动和能动作用，要给学生自主学习创造更多的机会和条件。”因此，在教学中，根据学生的知识水平和已有的知识经验，精心设计学习活动，在学生充分了解相关信息后，给出任务栏，采用小组合作学习的模式，在组内充分交流后独立解答。课堂教学中，组织学生进行合作学习，不仅能够实现教学模式的创新，而且可以激发学生的学习兴趣，促进学生之间的交流讨论，

让不同的学生在数学学习活动中得到不同程度的发展。

二、借助几何直观，提升解决问题的能力。

根据上述数据，对课堂教学情况进行分析和研讨，做了如下修改，引导学生借助“线段图”这个直观的工具，把重点放在如何用线段图表示题意上。先让学生看例题所画的线段图，学生在没有文字提示的情况下看图理解题意。学生通过观图，得到了解题信息，在此基础上再出示例题让学生对比自己所找的信息是否有误或者有遗漏。这样做很好地帮助学生理解题意。

出示情境：上海到宁波的高速公路全长 296 千米。一辆轿车和一辆客车分别从上海和宁波两地出发相向而行。轿车平均每小时行 108 千米，客车平均每小时行 92 千米。

问题①：经过几小时两车在途中相遇？

问题②：轿车先行 56 千米后，客车再出发。客车经过几小时与轿车在途中相遇？

（课件出示学习任务栏）

小组合作思考下列问题并尝试解答。

①两题有什么相同点和不同点？

②你能根据以上信息正确画出线段图吗？

③你找的等量关系是什么？

教学片段：

师：我们已经初步学习了相遇问题，你是如何解决问题的？

生：两题的运动地点、运动方向、运动结果一样；但出发时间不同。

线段图：

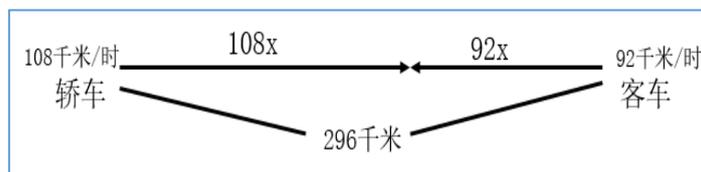


图 2

生：我在原来的线段图上进行了修改，把轿车行驶的路程分为先后两段路程，其余不变。

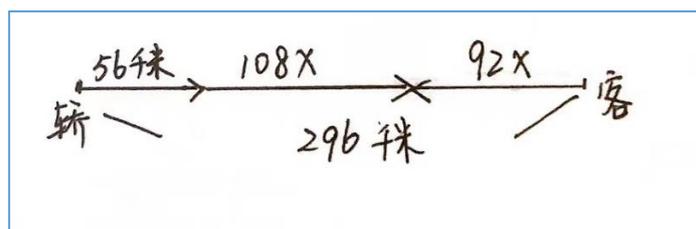


图 3

生：我找的等量关系是轿车行驶的第一段路程+轿车行驶的第二段路程+客车行驶的路程=两地相距的路程

生：根据线段图，我还能找到以下两条等量关系

客车行驶的路程=两地相距的路程—（轿车行驶的第一段路程+轿车行驶的第二段路程）

轿车行驶的第一段路程+轿车行驶的第二段路程=两地相距的路程—客车行驶的路程

生：我认为这两题等量关系其实是一样的，因为轿车行驶的第一段路程+轿车行驶的第二段路程=轿车一共行驶的路程，所以等量关系就是“轿车行驶的路程+客车行驶的路程=两地相距的路程”。

师：借助线段图你们能正确找到等量关系，怎样解答呢？

生：我用列方程解答。通过观察线段图，我找的基本等量关系是轿车行驶的路程+客车行驶的路程=两地相距的路程

解：设客车经过 x 小时与轿车在途中相遇。

$$56+108x+92x=296$$

$$56+200x=296$$

$$200x=240$$

$$x=1.2$$

答：客车经过 1.2 小时与轿车在途中相遇。

生：我用算术法解答。从问题出发思考，求时间=路程÷速度。通过观察线段图，我发现：两地相距的路程—轿车先行的第一段路程=轿车和客车一起行驶的路程和。所以，我用“路程和÷速度和=相遇时间”这一数量关系列综合算式解答。

$$(296-56) \div (108+92)$$

$$=240 \div 200$$

=1.2 (小时)

答：客车经过 1.2 小时与轿车在途中相遇。

追问：“296-56”表示什么？

生：轿车和客车在相同的时间内行驶的路程和。

师（总结）：通过观察线段图，你们能找到不同的等量关系列方程解决问题，也能借助线段图正确分析数量关系解决问题，真不错。

三、借助几何直观，感悟方程建模思想。

“相遇问题”有着丰富的变式。继续探究与旧知相关的新问题情境。

出示问题③：上海到宁波的高速公路全长 296 千米。两车同时出发，途中轿车休息了 0.5 小时，结果客车 1.75 小时后与轿车在途中相遇。已知客车平均每小时行 92 千米，轿车平均每小时行多少千米？

初看题目，大部分学生觉得非常简单，于是这个环节放手让学生独立思考解决，但几分钟过后，学生纷纷皱起眉头，有些同学算不出结果。有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆，“学起于思，思起于疑。”问题是思维的火花。学生面临新问题急于想解决，但又出现困难，形成认知冲突，激起他们探求知识的欲望。这个环节借助几何直观，进一步感悟方程建模思想。积累解决问题的经验，提升应用意识。

教学片段：

师：出现了两种不同的方程。

解：设轿车每小时行 x 千米。
 $1.75x + 92 \times (1.75 + 2.5) = 296$
 $1.75x + 207 = 296$
 $1.75x = 89$
 $x =$

图 4 学生错例

解：设轿车平均每小时行 x 千米。
 $(1.75 - 0.5)x + 92 \times 1.75 = 296$
 $1.25x + 161 = 296$
 $1.25x = 135$
 $x = 108$

图 5 学生解答

生 1：我答案没写是算不下去了。我认为客车行驶 1.75 小时，轿车休息 0.5 小时，那么轿车应该多用 0.5 小时，所以我用 $(1.75 + 0.5)$ 小时表示轿车所用的时间。

生：我认为第一种方法错，轿车休息 0.5 小时，那么它在路上行驶的时间比客车少用 0.5 小时，应该是 $(1.75 - 0.5)$ 小时。

师：同学们，当我们遇到困难，我们仍然可以借助线段图来找等量关系，分析问题。

出示线段图：



师：你找的等量关系是什么？

生：我认为轿车中途休息 0.5 小时，可以理解为轿车先行一段路程+轿车再行一段路程，所以我找的等量关系是“轿车行驶的第一段路程+轿车行驶的第二段路程+客车行驶的路程=两地相距的路程”

师：其实这题的线段图和第一题的基本结构是一样的，只是两车行驶的时间不同，所以等量关系是“轿车实际行驶的路程+客车实际行驶的路程=两地相距的路程”。

追问：轿车中途休息 0.5 小时，那么轿车实际行驶了多少小时？

生： $1.75 - 0.5 = 1.25$ （小时），所以第二个方程正确。

师：我们要根据题目中的信息，借助线段图正确分析未知量与已知量之间的数量关系。今天学习的几个问题都是在原来“相遇问题”的基础上拓展出来的，可以用同一个等量关系来思考，其思想方法是一致的。

（四）分析数据，反思课堂教学。

上完“相遇问题（二）”一课后，在“诊断系统”上推送了 5 道诊断练习来检验学生达成本课学习目标的程度。通过“诊断系统”的分析，本次教学班级 5 道诊断练习的完成情况如下：

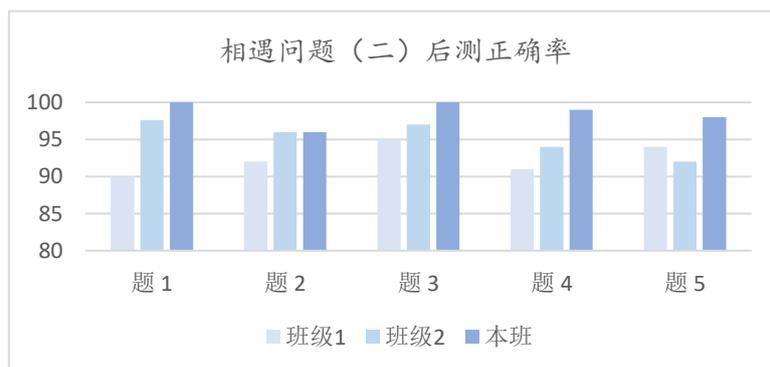


图 6 诊断练习完成情况

从数据结果来看，相比于其他 2 个班级，本班 5 道题的正确率较高。可见，课堂学习活动的调整和改进取得了一定的成效。上述教学，我遵循学生的认知规律，通过复习引入，并充分运用直观教学法，引导学生画线段图找等量关系，分析和理解题中的数量之间的关系，体现了几何直观的简洁。本课“相遇问题”，是在前一小节列方程解决问题（三）“相遇问题”的基础上进行了拓展。一方面，学生可以通过用与前一小节类似的等量关系列方程求解，发展分析问题、解决问题的能力，使学生进一步体会到用方程方法解决问题的优越性。另一方面，初步比较算术方法与方程方法，体会列方程解决问题和用算术方法解决问题的不同思路，积累解决问题的经验和策略，提升应用意识。

因此，课的开始以复习引入，在复习旧知的过程中，回顾列方程解应用题的一般步骤，在找关键词的环节明确相遇问题的四要素（运动时间、出发地点、运动方向、运动结果），提升语言表达能力。探究例题①，先以小组合作学习的模式开展活动，借助任务栏的提示思考例题与原题的相同点和不同点，在合作交流的过程中，提高收集信息、处理信息的能力，再独立尝试用已知的方法解决未知的问题。尝试练习，体现线段图的直观性。能借助线段图找到不同的等量关系提升列方程解决问题的能力。探究例题②，围绕四要素分析条件的变化，借助线段图找基本的等量关系，进一步感悟方程建模思想。在交流的过程中，积累解决问题的经验，提升应用意识。

反思不足之处：找等量关系这个环节没有落实到位。应该以等量关系为主线，结合条件的变化灵活处理信息。在探究例②的过程中，学生正确率不高，学生对于“途中轿车休息了 0.5 小时”这个条件不理解，我处理这个问题时，没有很好地引导学生找等量关系，未能突破“轿车实际行驶的时间”这一关键点。复习环节花的时间过多导致课堂练习环节没有很好落实。在后续列方程解决问题的教学中应加强找等量关系，抓住方程的本质是找等量，应该把重点落实到位，再通过基本模型的变型，帮助学生突破难点。在今后教学过程中，当学生出现困难时，应及时引导他们画图分析，这些方法只要老师在教学中重视，并不断地进行培养和训练，遇到问题时学生也会想到借助几何直观，数形结合等方法分析解决问题，久而久之就会使学生的自主学习能力得到发展。

另外,通过此次教研活动,一方面对课堂学习活动的有效性有了更深的理解,另一方面充分认识到数据的作用,并能从数据分析中发现教学问题。学习数据分析支持的精准教研有助于转变教研观念,为教研提供了一种可行的操作路径。通过对过程性学习数据的收集和分析,教师能实时、动态、准确地了解到教学情况,及时发现教学问题,开展教研活动寻找解决措施,并进行教学改进,解决教学问题,以此促进自身专业发展,提升课堂教学质量。后续我们将继续依托学习数据分析,精准发现教学中存在的问题,对于学习数据的分析和应用继续深入研究。

漕开发实小 黄金

2023年8月